

XIV Seminario de Matemática Discreta

3 - 5 de junio de 2015

Valladolid



POLITÉCNICA



Universidad de Valladolid

Comité directivo

Jesús García López de Lacalle (UPM)
Gregorio Hernández Peñalver (UPM)
Carlos Marijuán López (UVa)

Comité organizador:

Carlos Marijuán López (UVa)
Miriam Pisonero Pérez(UVa)
Webmaster: Belén Palop del Río (UVa)

Entidades colaboradoras:

Dpto. de Matemática Aplicada a las TIC de la UPM
Dpto. de Matemática Aplicada de la UVa
Dpto. de Informática de la UVa
ETS de Ingeniería Informática de la UVa
ETS de Ingeniería de Sistemas Informáticos de la UPM
IMUVA
Singacom, GIR de la UVa
TAMCO, GIR de la UVa

<http://www.infor.uva.es/~bpalop/XIV-SMD>

XIV Seminario de Matemática Discreta

3 - 5 de junio de 2015, Valladolid

El Seminario de Matemática Discreta (SMD) es una reunión científica dirigida a investigadores en áreas temáticas de Matemática Discreta, básicas para el desarrollo de actividad investigadora en el estratégico sector de las TICs.

Estos encuentros tratan de ofrecer a investigadores del ámbito de la Matemática Discreta la oportunidad de difundir sus resultados de investigación, establecer colaboraciones con otros grupos que desarrollan líneas de investigación afines y potenciar la investigación multidisciplinar, la interrelación entre aspectos teóricos y prácticos, la orientación hacia problemas matemáticos con aplicaciones reales y el desarrollo e innovación tecnológica en las empresas.

Se promoverá la asistencia de investigadores, profesores y estudiantes.

El XIV Seminario de Matemática Discreta se celebrará en el Aula Alan Turing de la ETS de Ingeniería Informática de la Universidad de Valladolid del 3 al 5 de junio de 2015.



El programa del encuentro se articula alrededor de las siguientes actividades:

- Doce conferencias en áreas temáticas de
 - **Teoría de Grafos,**
 - **Problemas Espectrales Inversos,**
 - **Teoría Discreta de Potencial y**
 - **Geometría Computacional.**

A cada conferencia se le dedicarán 50 minutos de exposición y 10 minutos de debate.

- Una sesión final de conclusiones y de planificación de estrategias futuras relativas al propio encuentro.

Las actividades de este seminario se realizarán con arreglo al siguiente programa:

3 de junio	4 de junio	5 de junio
	10:00 Conferencia 4 Carlos Marijuán UVa	10:00 Conferencia 10 Gregorio Hernández UPM
	11:00 Conferencia 5 Miriam Pisonero UVa	11:00 Conferencia 11 Narciso J. Aguilera UVa
	12:00 Pausa café	12:00 Pausa café
	12:30 Conferencia 6 Julio Moro UC3M	12:30 Conferencia 12 Antonio Hernando UPM
		13:30 Conclusiones y planificación de estrategias. Clausura
	14:00 Comida	14:00 Comida
16:00 Recepción y entrega de documentación 16:15 Apertura	15:30 Conferencia 7 Cristina Araúz UPC	
16:30 Conferencia 1 Pedro A. Ramos UAH	16:30 Conferencia 8 Andrés M. Encinas UPC	
17:30 Conferencia 2 Jesús García UPM	17:30 Conferencia 9 Ángeles Carmona UPC	
18:30 Conferencia 3 Luis M. Pozo UPM	21:00 Cena Seminario	

Programa detallado

Miércoles 3 de junio de 2015

- 16:00 - 16:15** Recepción de participantes y entrega de documentación.
16:15 - 16:30 Apertura.
16:30 - 17:30 Conferencia de Pedro A. Ramos Alonso (UAH)
Progresos recientes en el número de cruce del grafo completo
17:30 - 18:30 Conferencia de Jesús García López de Lacalle (UPM)
Algoritmos de planificación-Scheduling
18:30 - 19:30 Conferencia de Luis M. Pozo Coronado (UPM)
Algunas conjeturas sobre el espectro de MSD

Jueves 4 de junio de 2015

- 10:00 - 11:00** Conferencia de Carlos Marijuán López (UVa)
Condiciones necesarias para el NIEP
11:00 - 12:00 Conferencia de Miriam Pisonero Pérez (UVa)
Relaciones entre condiciones suficientes para el RNIEP y el SNIEP
12:00 - 12:30 Pausa café.
12:30 - 13:30 Conferencia de Julio Moro Carreño (UC3M)
A combinatorial procedure to generate sufficient conditions for the real nonnegative inverse eigenvalue problem
14:00 - 15:30 Comida.
15:30 - 16:30 Conferencia de Cristina Araúz Lombardía (UPC)
Discrete Serrin's Problem
16:30 - 17:30 Conferencia de Andrés M. Encinas Bachiller (UPC)
Problemas de contorno parciales y sobredeterminados en redes finitas
17:30 - 18:30 Conferencia de Ángeles Carmona Mejías (UPC)
Núcleos resolventes asociados a problemas de contorno parciales sobredeterminados en redes finitas
21:00 Cena Seminario.

Programa detallado

Viernes 5 de junio de 2015

- 10:00 - 11:00** Conferencia de Gregorio Hernández Peñalver (UPM)
Vigilancia combinatoria en triangulaciones
- 11:00 - 12:00** Conferencia de Narciso J. Aguilera Centeno (UVa)
Modelos de imágenes basados en diagramas de Voronoi
- 12:00 - 12:30** Pausa café.
- 12:30 - 13:30** Conferencia de Antonio Hernando Esteban (UPM)
Aplicaciones de las ecuaciones diofánticas a la inteligencia artificial
- 13:30 - 14:00** Conclusiones y planificación de estrategias futuras. Clausura.
- 14:00** Comida.

Progresos recientes en el número de cruce del grafo completo

Pedro A. Ramos Alonso

Universidad de Alcalá

Resumen: La conjetura de Harary-Hill afirma que el número de cruces en cualquier dibujo en el plano del grafo completo K_n es al menos

$$H(n) := \frac{1}{4} \lfloor \frac{n}{2} \rfloor \lfloor \frac{n-1}{2} \rfloor \lfloor \frac{n-2}{2} \rfloor \lfloor \frac{n-3}{2} \rfloor.$$

En los últimos años se ha conseguido demostrar la conjetura para diversas familias de representaciones de K_n : dibujos en 2-páginas, dibujos monótonos y, finalmente, dibujos *shellable*. Los resultados están basados en la extensión a dibujos topológicos de un concepto clásico de la geometría combinatoria de conjuntos de puntos del plano, las k -aristas.

Trabajo conjunto con Bernardo M. Ábrego, Oswin Aichholzer, Silvia Fernández-Merchant y Gelasio Salazar.

Algoritmos de planificación-Scheduling

Jesús García López de Lacalle

Universidad Politécnica de Madrid

Resumen: Los algoritmos de planificación-Scheduling constituyen un área multidisciplinar que incluye campos tan variados y diversos como programación paralela, sistemas operativos, sistemas de tiempo real, sistemas distribuidos, logística, optimización de sistemas productivos, etc. En la charla se va a dar una panorámica del tema, tanto de algoritmos existentes como de ámbitos de aplicación, incidiendo en los aspectos más relacionados con las Ciencias de la Computación. También se van a plantear algunos temas de investigación en los que estamos trabajando.

Algunas conjeturas sobre el espectro de MSD

Luis M. Pozo Coronado

Universidad Politécnica de Madrid

Resumen: En su trabajo "Minimal strong digraphs", J. García-López y C. Marijuán definieron un proceso secuencial de construcción de digrafos fuertemente conexos minimales mediante operaciones de expansión. Ello les permitió construir tablas exhaustivas de clases de este tipo de grafos, y de sus clases isoespectrales, hasta orden 15. La exploración de estas tablas nos permite hacer algunas hipótesis acerca de acotación de coeficientes de los polinomios característicos, así como de acotaciones de radio espectral y energía. Si bien estas hipótesis aún no están probadas, sí podemos dar algunos argumentos que muestran su consistencia.

Condiciones necesarias para el NIEP

Carlos Marijuán López

Universidad de Valladolid

Resumen: En el NIEP (Nonnegative Inverse Eigenvalue Problem) se trata de caracterizar las listas de números complejos que son espectros de matrices no negativas. Revisaremos las diferentes condiciones necesarias obtenidas para el NIEP, mostraremos sus relaciones de dependencia y su reducción a una colección de condiciones necesarias independientes: desigualdades de Johnson-Loewy-London, condiciones de Holtz sobre desigualdades de Newton y condiciones sobre los coeficientes del polinomio característico. Trataremos de encontrar nuevas condiciones necesarias extendiendo las conocidas por medio de funciones que conservan la no negatividad de matrices y analizaremos las relaciones de independencia entre estas nuevas condiciones necesarias. Finalmente, mencionaremos algunos problemas combinatorios relativos a estas extensiones.

Relaciones entre condiciones suficientes para el RNIEP y el SNIEP

Miriam Pisonero Pérez

Universidad de Valladolid

Resumen: El problema del espectro real inverso no negativo (RNIEP del inglés Real Nonnegative Inverse Eigenvalue Problem) trata de dar condiciones necesarias y suficientes para que una familia de n números reales sea el espectro de una matriz no negativa. El primer resultado publicado en este problema se debe a Suleïmanova en 1949. Para $n = 3$ fue resuelto por Perfect en 1953. Para $n = 4$ fue resuelto, de forma independiente, por Oliveira en 1968 y por Loewy y London en 1978. Para $n \geq 5$ el problema está abierto.

El problema espectral inverso simétrico no negativo (SNIEP del inglés Symmetric Nonnegative Inverse Eigenvalue Problem) trata de dar condiciones necesarias y suficientes para que una familia de n números reales sea el espectro de una matriz simétrica no negativa. El primer resultado publicado en este problema se debe a Perfect-Mirsky en 1965. Es conocido que el problema real y el problema simétrico son equivalentes para $n \leq 4$ y que son distintos para $n \geq 5$. Para $n \geq 5$ el problema simétrico también está abierto.

Dada la complejidad y el interés de ambos problemas, estos se han abordado bajo varios aspectos y a veces restringiendo la clase de matrices. Nosotros nos centraremos en las numerosas condiciones suficientes que existen para que una familia de números reales sea el espectro de una matriz no negativa o de una matriz simétrica no negativa. Mostraremos estas condiciones suficientes y analizaremos las relaciones de inclusión o de independencia entre ellas.

Trabajo conjunto con C. Marijuán y R. Soto.

A combinatorial procedure to generate sufficient conditions for the real nonnegative inverse eigenvalue problem

Julio Moro Carreño

Universidad Carlos III de Madrid

Abstract: The real nonnegative inverse eigenvalue problem (RNIEP) amounts to characterizing the set of all possible real spectra of entrywise nonnegative matrices of a given dimension. A list of n real numbers is said to be realizable if it is the spectrum of some entrywise nonnegative $n \times n$ matrix. Although several sufficient conditions for realizability have been found over the years, a complete solution of the RNIEP is not yet in sight.

Recently, a special kind of realizability, the so-called C-realizability, has been identified which includes as a special case most of the sufficient realizability conditions in the RNIEP literature [1]. In this talk we present a systematic combinatorial procedure, based on the ideas in [1], which produces new sufficient realizability conditions on lists of real numbers with zero sum. This procedure leads, in particular, to an exhaustive description of the set of all C-realizable sets with zero sum for low dimensions.

Joint-work with C. Marijuán.

References

- [1] A. Borobia, J. Moro & R. Soto, *A unified view on compensation criteria in the real nonnegative inverse eigenvalue problem*, *Lin. Alg. Appl.* 428 (2008), pp. 2574 - 2584.

Discrete Serrin's Problem

Cristina Araúz Lombardía

Universitat Politècnica de Catalunya

Abstract: We consider here the discrete analogue of Serrin's problem: if the equilibrium measure of a network with boundary satisfies that its normal derivative is constant, what can be said about the structure of the network and the symmetry of the equilibrium measure? In the original Serrin's problem, the continuous case, the conclusion is that the domain is a ball and the solution is radial.

To study the discrete Serrin's problem, we first introduce the notion of radial function and then prove a generalization of the minimum principle, which is one of the main tools in the continuous case. Moreover, we obtain similar results to those of the continuous case for some families of networks with a ball-like structure, which include spider networks with radial conductances, distance-regular graphs or, more generally, regular layered networks.

Joint-work with Á. Carmona and A.M. Encinas.

Problemas de contorno parciales y sobredeterminados en redes finitas

Andrés Encinas Bachiller

Universitat Politècnica de Catalunya

Resumen: Los problemas de contorno parciales y sobredeterminados aparecen como el fundamento teórico de la resolución del denominado *problema de contorno inverso en redes finitas*, que plantea bajo qué condiciones es posible conocer la conductividad de un cuerpo a partir de medidas de corrientes y voltajes sobre su contorno. Este problema tiene carácter no lineal y está exponencialmente mal planteado en el sentido de que es altamente sensible a cambios en los datos de contorno.

Las primeras aplicaciones de los problemas de contorno inversos hacen referencia a prospecciones geofísicas, donde el problema consiste en deducir propiedades del terreno a partir de medidas eléctricas en la superficie, y a Tomografía de Impedancia Eléctrica, que es una técnica médica cuyo objetivo es obtener información visual de las diferentes densidades en un cuerpo a partir de electrodos localizados sobre la piel del paciente. Matemáticamente, el problema inverso plantea

Los problemas de contorno inversos han sido considerados tanto en el ámbito continuo como en el discreto. Este trabajo representa una aportación al estudio de la versión discreta del problema y en él presentamos una clase de problemas de contorno no autoadjuntos sobre redes finitas, asociados a operadores de Schrödinger. La novedad de este tipo de problemas consiste en que mientras sobre una parte de la frontera no se impone ninguna condición, en otra zona de la misma se prescriben tanto los valores de la solución como de su derivada normal, con lo que se justifica la denominación utilizada.

Analizaremos las condiciones de existencia y unicidad de solución de problemas de contorno parciales y sobredeterminados basándonos en la invertibilidad de las denominadas *Aplicaciones Dirichlet-a-Robin*, cuyas matrices asociadas reciben el nombre de *Matrices de respuesta de la red*. Mostraremos como, incluso en el caso, bien estudiado, de redes circulares planares, nuestros métodos permiten la consideración de matrices de respuestas muy generales y son susceptibles de ser aplicados para el diseño de algoritmos de recuperación en el caso 3-D, mucho menos estudiado.

Trabajo conjunto con C. Aráuz y Á. Carmona.

Núcleos resolventes asociados a problemas de contorno parciales sobredeterminados en redes finitas

Ángeles Carmona Mejías

Universitat Politècnica de Catalunya

Resumen: En la presentación *Problemas de contorno parciales y sobredeterminados en redes finitas* de este mismo seminario, hemos estudiado la existencia y unicidad de soluciones de los mismos. Estos problemas involucran operadores de Schrödinger, y se caracterizan por tener una parte de la frontera en la que no se prescribe ningún tipo de dato y otra parte de la misma donde los datos están sobredeterminados. En el presente seminario, estudiamos los núcleos resolventes asociados con problemas de contorno parciales y sobredeterminados sobre redes finitas y los expresamos en términos del operador de Green para el problema de Dirichlet. El objetivo principal es utilizar sólo medidas en la frontera y condiciones de equilibrio globales para recuperar total o parcialmente la conductividad en la red usando los operadores descritos. Principalmente, damos una fórmula para la recuperación de las conductancias cerca de la frontera. Además, ejecutamos una recuperación total de las conductancias para una familia de redes que pueden considerarse la versión discreta de un cuboide. A diferencia con el caso continuo, en el caso discreto somos capaces de recuperar la conductividad interna de una red tridimensional bajo ciertas hipótesis.

Trabajo conjunto con C. Aráuz y A.M. Encinas.

Vigilancia combinatoria en triangulaciones

Gregorio Hernández Peñalver

Universidad Politécnica de Madrid

Resumen: Los problemas de dominación y recubrimiento en grafos se pueden interpretar en términos de vigilancia o control desde diferentes objetos definidos en el grafo. Por otra parte, los problemas de visibilidad (o vigilancia) juegan un papel central en el campo de la Geometría Computacional. En la charla se presentarán resultados sobre vigilancia desde las dos ópticas para triangulaciones de conjuntos de puntos, prestando especial atención a las variantes de vigilancia asociadas a la noción de distancia en grafos.

Modelos de imágenes basados en diagramas de Voronoi

Narciso J. Aguilera Centeno

Universidad de Valladolid

Resumen: La exposición se propone resumir algunos de los conceptos básicos sobre diagramas de Voronoi y hacer una breve referencia de los que en opinión del ponente son algunos de los principales trabajos realizados desde los años 80 en este tema. Se referirá a la idea de utilizar el mosaico de Voronoi como una representación comprimida de la imagen, aprovechando la propiedad de que una celda de Voronoi está completamente determinada por el sitio generador correspondiente. Se retomarán un par de enfoques de modelación basados en diagramas de Voronoi y se hablará brevemente sobre la solución al Problema Inverso Generalizado de Voronoi (PIGV). También se abordará sobre la segmentación de imágenes en regiones de color homogéneas basadas en dos conocidos algoritmos de crecimiento de regiones.

Además, se hará una primera aproximación sobre los objetivos del trabajo de investigación que vamos a realizar. Entre ellos, se propone desarrollar modelos de imágenes basados en el Problema Inverso Generalizado de Voronoi, y aplicar estos modelos al análisis de texturas y el reconocimiento de patrones en determinadas clases de imágenes. Para la consecución de este objetivo, los principales problemas abiertos o tareas que pretendemos resolver en la etapa inicial de nuestra investigación son: formalización e implementación de un método para la generación de teselaciones del plano con regiones poligonales convexas; diseño y ejecución de experimentos para determinar el coste computacional del algoritmo; modificación de los algoritmos de crecimiento de regiones basados en árboles y/o run-length, para la segmentación de imágenes en color, y acoplamiento de estos con el algoritmo que resuelve el PIGV.

Trabajo conjunto con B. Palop y H. Pérez.

References

- [1] Aloupis, G., Pérez-Rosés, H., Pineda-Villavicencio, G., Taslakian, P., Trinchet-Almaguer, D.: “Fitting Voronoi Diagrams to Planar Tesselations”. *Proceedings of the International Workshop on Combinatorial*

Algorithms - IWOCA 2013. Lecture Notes in Computer Science, vol. 8288, pp. 349-361 (2013).

- [2] Martínez, A., Martínez, J., Pérez-Rosés, H., Quirós, R. “Image Processing using Voronoi diagrams”. In: *Proceedings of the 2007 International Conference on Image Processing, Computer Vision, and Pattern Recognition*, pp 485-491. CSREA Press (2007).
- [3] Trinchet-Almaguer, D., Pérez-Rosés, H.: “Algoritmo para resolver el Problema Inverso Generalizado de Voronoi”. *Revista Cubana de Ciencias Informaticas* 1 (4), 58–71 (2007).

Aplicaciones de las ecuaciones diofánticas a la inteligencia artificial

Antonio Hernando Esteban

Universidad Politécnica de Madrid

Resumen: De acuerdo con la concepción simbólica de la inteligencia artificial, un problema puede entenderse como la búsqueda en un espacio de estados (state space). Un espacio de estados describe un grafo donde los vértices representan distintos estados del problema, y las aristas distintos operadores que facilitan el paso de un estado a otro. En el contexto de un espacio de estados, un problema consiste en alcanzar alguno de los vértices del grafo considerados y denominados como estado-solución, desde un vértice en particular, denominado estado inicial. Durante muchos años se han propuesto diferentes algoritmos de búsqueda sobre esos grafos implícitos. En ese sentido cabe destacar el algoritmo A^* como una adaptación del algoritmo de Dijkstra que utiliza una función heurística (representando el conocimiento que tiene el sistema en el problema) para facilitar la resolución del problema. Estos algoritmos funcionan razonablemente bien cuando existe la posibilidad de alcanzar un estado-solución desde el estado inicial, si bien, la dificultad de resolver un problema, está estrechamente relacionada con la topología del grafo. En los casos en los que no es posible alcanzar un estado-solución desde el estado de inicio, estos algoritmos no son adecuados por ser lentos y no coincidir con la forma de razonar humana. Aquí presentaremos una técnica basada en sistema de ecuaciones diofánticas lineales que permite que los sistemas inteligentes puedan inferir que un problema no tiene solución a través de un razonamiento más humano que las técnicas clásicas